Cuadernos de Economía (2020) 43, 229-242

Asociación Cuadernos de economía

Cuadernos de economía

www.cude.es

ARTÍCULO

Valor razonable de un *swap: CVA* y *DVA*. Una aproximación binomial

Carmen Badía Batlle[a], Merche Galisteo Rodríguez[a] y Teresa Preixens Benedicto[a]

[a] *Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial. Facultad de Economía y Empresa. Universidad de Barcelona. España*

JEL CODES
G12; G33; M41

KEYWORDS:
Credit risk; Fair value; Swap; Binomial; Default probability

Abstract: The IFRS 13 is in force, in Spain, since January 1st, 2013. According to this standard, to obtain fair value of financial derivatives, adjustments for credit risk must be made. From an accounting point of view, credit risk adjustments are necessary for financial institutions and for all those entities that apply PGC 1514/2007.
This paper, with an educational orientation, shows how to obtain in a simplified way the fair value of a generic interest rate swap. This fair value is its free risk value less CVA, or negative adjustment by the counterparty's risk of default, and plus DVA, which is the provision or positive adjustment for its own risk of default.
To calculate CVA/DVA is necessary to know the expected exposure of the swap, which is obtained from a binomial model of forward interest rates. Also, it's necessary to determinate default probabilities, which are derived from credit spreads of corporate bonds.

CÓDIGOS JEL
G12; G33; M41

PALABRAS CLAVE:
Riesgo de crédito; Valor razonable; *Swap*; **Binomial; Probabilidad de** *default*

Resumen: Según la NIIF 13, vigente en España desde el 1 de enero de 2013, se deben realizar ajustes por riesgo de crédito en el valor de los derivados financieros para obtener su valor razonable, necesario, desde un punto de vista contable, para las entidades financieras y aquellas que apliquen el PGC 1514/2007.
Este trabajo, con una orientación docente, muestra cómo obtener de forma simplificada el valor razonable de un *swap* genérico de tipos de interés. A su valor libre de riesgo se le deduce el *CVA* o ajuste negativo por riesgo de *default* de la contraparte y se le suma el *DVA*, que es la provisión positiva por el riesgo de *default* de la propia entidad.
Para calcular el *CVA*/*DVA* es necesario conocer la exposición esperada del *swap*, que se obtiene a partir de un modelo binomial de tipos de interés *forward*, y determinar las probabilidades de *default*, que se obtienen a partir de *spreads* crediticios de bonos corporativos.

Correo electrónico: cbadia@ub.edu; mgalisteo@ub.edu; tpreixens@ub.edu

https://doi.org/10.32826/cude.v42i122.202

1. Introducción

El *International Accounting Standards Board* (*IASB*) ha establecido la Norma Internacional de Información Financiera 13 (NIIF 13), vigente en España a partir del 1 de enero de 2013. Con anterioridad a la entrada en vigor de dicha normativa, no existían unas pautas claras para la medición del riesgo de crédito de activos y pasivos financieros, aunque en principio este riesgo debía tenerse en cuenta para la determinación del denominado valor razonable.

Según la NIIF 13 se deben realizar ajustes por riesgo de crédito en el valor de los derivados financieros para la obtención de su valor razonable. En el caso español y desde un punto de vista contable, los ajustes por riesgo de crédito son necesarios, entre otros casos, para las entidades financieras y las entidades que apliquen el Plan General de Contabilidad 1514/2007 (BOE 2007).

De forma más específica, la NIIF 13 define el valor razonable como el precio que se recibiría por la venta de un activo o se pagaría por transferir un pasivo, mediante una transacción ordenada entre los participantes en el mercado en la fecha de valoración (IFRS 2013). La NIIF 13 da prioridad a una medición del valor razonable basada en información de mercado, es decir basada en datos observables de mercado.

En esta normativa no se especifica cómo debe obtenerse dicho valor razonable, en el caso de instrumentos financieros que no coticen en un mercado organizado (*Over The Counter*, *OTC*) y que estén sometidos a riesgo de crédito de contrapartida. Este es el caso de un *swap* genérico de tipos de interés.

Un *swap* de tipos de interés genérico es un acuerdo entre dos partes para intercambiar cuotas de interés periódicas, que coinciden en el tiempo. Dichas cuotas están nominadas en una misma divisa y se calculan sobre un mismo principal constante, pero con tipos de interés de referencia distintos, siendo uno de ellos fijo y el otro variable y sin diferencial respecto a la base.

El *swap*, al tratarse de un derivado financiero *OTC*, se halla sometido a riesgo de crédito de contrapartida, que es el riesgo de que una de las contrapartes que intervienen en el contrato financiero haga *default* antes del vencimiento del mismo y, como consecuencia, no realice todos los pagos a los que se había comprometido en el contrato (Basel Committee on Banking Supervision 2011), (Gregory 2010). La exposición del *swap* al riesgo de crédito cambia en el tiempo puesto que depende del valor del *swap*, que a su vez depende de un número decreciente de cuotas de interés pendientes de realizar. Además, dicha exposición al riesgo es aleatoria ya que el valor del *swap* depende de una variable aleatoria que es el tipo de interés. La evolución del tipo de interés puede hacer que, incluso, el valor del *swap* cambie de signo. Otro de los rasgos característicos del riesgo de contrapartida es su carácter bilateral, ya que cualquiera de los dos operadores que intervienen en el *swap* puede no cumplir con sus obligaciones de pago. Estas características especiales del riesgo de crédito de contrapartida provocan que su cuantificación sea compleja.

En este trabajo se obtiene el valor razonable de un *swap* de tipos de interés genérico, ajustando su valor sin riesgo mediante la valoración del riesgo de crédito de los dos operadores que intervienen en el *swap* (Gil y Manzano 2013): valor del riesgo de crédito de la contrapartida, *Credit Valuation Adjustment* (CVA) y valor que tiene en cuenta el riesgo de crédito de la entidad que está valorando el *swap*, *Debit Valuation Adjustment* (DVA).

En el apartado 2 de este trabajo se define formalmente el valor de un *swap* de tipos de interés, suponiendo que no hay *default* o incumplimiento de las obligaciones de pago por parte de ninguno de los dos operadores del *swap*. Posteriormente, a partir del valor sin riesgo se deduce su valor razonable. De hecho, la principal aportación de este trabajo es la formalización de este valor razonable, a partir de todas las hipótesis de partida que se desarrollan en los diferentes apartados.

En este trabajo se supone, además, que los tipos de interés que determinan las cuotas de interés variables del *swap* siguen el modelo binominal de tipos de interés *forwards* de Kalotay-Williams-Fabozzi (Kalotay, Williams y Fabozzi 1993), que se describe en el apartado 3.

El apartado 4 se centra en el cálculo de la exposición esperada al riesgo de crédito del *swap*, en cada momento de liquidación de las cuotas de interés del mismo y para cada uno de los dos agentes del *swap*. Dicha exposición esperada es una de las magnitudes determinantes para la cuantificación del CVA y del DVA.

Otra de las magnitudes necesarias para cuantificar los ajustes por riesgo de crédito del *swap* es la probabilidad de *default* asociada a cada momento de liquidación y para cada una de las dos partes que intervienen en el *swap*. En el apartado 5 se describe el modelo escogido para la determinación de dichas probabilidades, basado en los *spreads* crediticios (Autor/a 2007), (Autor/a 2014).

En el apartado 6 se muestra un caso práctico del modelo desarrollado para obtener el valor razonable de un *swap* genérico de tipos de interés.

Este trabajo finaliza con las conclusiones más importantes derivadas del análisis realizado.

2. Valor razonable de un *swap* de tipos de interés

Para obtener el valor razonable de un *swap* es necesario calcular, previamente, su valor suponiendo que no hay *default*, a tipos de interés libres de riesgo. Así pues, el valor libre de riesgo hoy, V_0, de un *swap* de nominal C, periodicidad anual de las cuotas de interés, al que le faltan n años hasta el vencimiento, se obtiene como diferencia entre el valor hoy de las cuotas de interés variables del *swap* pendientes de realizar, V_0^v, y el valor hoy de las cuotas de interés fijas pendientes, V_0^f (Autor/a 2011):

$$V_0 = V_0^v - V_0^f \tag{1}$$

Se supone que la entidad que valora el *swap* es la que paga las cuotas de interés calculadas a tipo de interés fijo y la que cobra las cuotas de interés calculadas a tipo de interés variable. De este modo, y desde el punto de vista de la entidad que valora el *swap*, un valor positivo de éste indica lo que puede dejar de cobrar en caso de incumplimiento del otro operador, mientras que un valor negativo del *swap* indica lo que podría dejar de pagar la propia entidad en caso de *default*.

El valor hoy de la rama variable del *swap*, V_0^v, es:

$$V_0^v = \sum_{r=1}^{n} Y_r \cdot d(r), \tag{2}$$

donde $Y_r = C \cdot I^{(r)}$, $r = 1,2,\ldots,n$, es la cuota variable del *swap* correspondiente al periodo anual r, $I^{(r)}$ es el tipo de interés efectivo anual de la rama variable del *swap* para dicho periodo y $d(r) = \left[1 + I(0,r)\right]^{-r}$ es el factor de descuento libre de riesgo obtenido a partir del tipo de interés efectivo anual al contado, vigente en 0 hasta r, $I(0,r)$.

De la expresión (2) se desprende que, para la obtención de V_0^v, se deberían conocer todas las cuotas de interés variables pendientes de realización en 0, es decir Y_r con $r = 1,2,\ldots,n$, pero, en realidad, en el momento de valoración solo se conoce $I^{(1)}$ que determina Y_1. Para solucionar este problema, existen distintos modelos que conducen a los mismos resultados. Según el modelo de valoración cupón cero, la expresión del valor de la rama variable del *swap* es:

$$V_0^v = C \cdot \left(1 - d(n)\right). \tag{3}$$

Por otra parte, el valor hoy de la rama fija del *swap*, V_0^f, es:

$$V_0^f = \sum_{r=1}^{n} Y \cdot d(r) = Y \cdot \sum_{r=1}^{n} d(r), \tag{4}$$

siendo la cuota de interés fija del *swap*, para todos los años, $Y = C \cdot I$, donde I es el tipo de interés efectivo anual fijo, pactado entre los dos operadores del *swap* en el momento de su contratación.

Debido al carácter aleatorio del tipo de interés libre de riesgo, el valor sin riesgo del *swap*, al final de cada período de liquidación, puede ser positivo o negativo, de ahí el carácter bilateral del riesgo de contrapartida de este derivado *OTC*.

Desde el punto de vista del operador que valora el *swap* en 0 y para obtener su valor razonable, al valor libre de riesgo en dicho momento, V_0, se le debe restar el valor actual de las pérdidas esperadas en el caso de que la contraparte haga *default* en un momento de liquidación futuro, mientras que se le debe añadir el valor actual de las pérdidas esperadas por su propio *default* (Basel Committee on Banking Supervision 2015). En el primer caso, se está realizando un ajuste por riesgo de crédito de la contraparte, CVA, para afectar a dicho valor por la posibilidad de que a partir de hoy la contraparte no cumpla con sus obligaciones de pago en las fechas previstas. Cuando se añade el valor actual de las propias pérdidas esperadas, se realiza un ajuste por DVA, que es el ajuste en el valor sin riesgo del *swap* para aumentar dicho valor por la posibilidad de que, a partir de hoy, la propia entidad no efectúe los pagos previstos por el *swap*.

En definitiva, el valor razonable del *swap* hoy, V_0^*, es (Aragall 2013):

$$V_0^* = V_0 - CVA + DVA. \tag{5}$$

El ajuste por riesgo de crédito de la contraparte, CVA, se obtiene a partir de (EYG 2014), (Cherubini 2013):

$$CVA = (1-R) \cdot \sum_{r=1}^{n} EPE_r \cdot p_r \cdot d(r), \tag{6}$$

mientras que el ajuste por el riesgo de crédito de la entidad que valora el *swap*, DVA, es:

$$DVA = (1-R) \cdot \sum_{r=1}^{n} ENE_r \cdot p'_r \cdot d(r), \tag{7}$$

donde R es la tasa de recuperación en caso de *default*, que se supone constante y la misma para las dos entidades implicadas. Por tanto, $1-R$ indica la parte que, en caso de *default*, se espera perder respecto a la cuantía que un operador debería cobrar de su contraparte.

Por otro lado, EPE_r y ENE_r, con $r = 1,\ldots,n$ son, respectivamente, la exposición positiva esperada en caso de *default* de la contraparte y la exposición negativa esperada debida a la propia entidad. En general, la exposición esperada al riesgo de crédito es una magnitud que cuantifica la pérdida esperada en cada uno de los r periodos de liquidación del *swap*. Dicha pérdida, en el periodo r, se obtiene a partir de la media de los diferentes escenarios del valor libre de riesgo del *swap*, ${}_sV_r$ con $s = 0,1,\ldots,r$ y a partir de la media de los diferentes escenarios del importe de liquidación del *swap*, ${}_sL_r$ con $s = 0,1,\ldots,r-1$. Los s escenarios del valor libre de riesgo y del importe de liquidación del *swap* vienen determinados, en este trabajo, por una estructura binomial de tipos de interés *forward*, que se explica en el siguiente apartado.

En el caso del operador que valora el *swap* y para el cálculo del CVA, solo se deben tener en cuenta los escenarios en que el valor y el importe de liquidación del *swap* sean positivos, ${}_sV_r > 0$ y ${}_sL_r > 0$, interpretando el signo positivo como la posibilidad de pérdida en caso de que la contraparte sufra *default*, ya que para la determinación del CVA interviene la exposición esperada positiva, EPE_r.

En cambio, para la obtención del DVA solo se tienen en cuenta los escenarios en los que el valor y el importe de liquidación del *swap* sean negativos, ${}_sV_r < 0$ y ${}_sL_r < 0$, interpretando dicho signo como la pérdida que asumirá la contraparte en caso de que sea la propia entidad la que caiga en *default*. Es decir, es lo que va a dejar de pagar la entidad que valora el *swap* si es ella misma la que hace *default*. Por esta razón, para la obtención del DVA se utiliza la exposición esperada negativa, ENE_r.

Para la obtención de ${}_sV_r$ y ${}_sL_r$ se supone una distribución binominal del tipo de interés *forward*. Este método simplifica la obtención de la exposición esperada comparada con otros métodos más complejos que precisan de cálculos computacionales importantes, como es el método de simulación de Montecarlo para la estructura temporal de tipos de interés (Korn, Korn y Kroisandt 2010).

Por otra parte, p_r y p'_r son las probabilidades de *default* de la contraparte y de la entidad que valora el *swap*, respectivamente. Dichas probabilidades, cuya obtención se detalla en el apartado 5, se deducen a partir de los *spreads* crediticios implícitos en los precios de bonos corporativos y $d(r)$ es, tal como se ha definido anteriormente, el factor de descuento para un plazo de r años, deducido de los tipos de interés al contado libres de riesgo.

Finalmente, indicar que en este trabajo el cálculo del ajuste por riesgo de crédito de la contraparte y de la entidad que valora el *swap* se realiza bajo la hipótesis de independencia entre la exposición y el *default* (Slime 2017).

3. Modelo binominal de tipos de interés *forward*

En este apartado se considera, siguiendo a Kalotay-Williams-Fabozzi (1993), una distribución binominal para los tipos de interés *forward*, que se utilizarán para obtener, en cada momento de liquidación, los diferentes escenarios del importe de liquidación y del valor sin riesgo del *swap* (Black, Derman y Toy 1990).

Este modelo supone que los tipos de interés *forward* tienden a una distribución lognormal, que la volatilidad de los tipos de interés es constante para todos los períodos y que no hay oportunidades de arbitraje libres de riesgo.

Para la construcción del árbol binomial de tipos de interés *forward* que se va a utilizar en la valoración del *swap*, es necesario disponer de información sobre un conjunto de n bonos de deuda pública, libres de riesgo de insolvencia, que coticen y se amorticen a la par y que paguen cupones anualmente. El título r de dicho conjunto, con $r = 1,2,\dots,n$, vence dentro de r años y su cupón anual, en base 100, es $C^{(r)}$. Si el mercado financiero no proporciona esta información, se puede deducir la estructura de unos bonos teóricos a partir de la estructura de tipos de interés al contado, vigente en el momento de valoración.

Además, para la obtención del árbol binomial es necesario calcular, para cada nudo, los coeficientes de ascenso y de descenso, que son $u = e^{\sigma}$ y $d = e^{-\sigma} = \frac{1}{u}$, respectivamente.

De las dos anteriores relaciones se desprende que $u = d \cdot e^{2\cdot\sigma}$, donde σ es la volatilidad de los tipos de interés, constante para todos los periodos.

Los diferentes escenarios del tipo de interés *forward* efectivo anual que se deducen para el año r, con $r = 1,2,\dots,n$, son ${}_sI(r-1,r)$, siendo $s = 0,1,\dots,r-1$ el número de trayectorias ascendentes. Se cumple que:

$$ {}_sI(r-1,r) = {}_0I(r-1,r) \cdot e^{2\cdot s\cdot\sigma}, \tag{8} $$

y la probabilidad de ocurrencia de cada escenario s del tipo de interés *forward* en r, es:

$$ \frac{\binom{r-1}{s}}{2^{r-1}}. \tag{9} $$

Para obtener los distintos escenarios del tipo de interés *forward* en cada fecha de liquidación se aplica un método recursivo cuyo punto de partida es el tipo de interés al contado, vigente en la fecha de análisis, para el plazo de un año, ${}_0I(0,1) = I(0,1)$, deducido de la información relativa al título $r = 1$. El siguiente paso consiste en obtener ${}_sI(1,2)$, donde $s = 0,1$, a partir del valor obtenido para $I(0,1)$ y de la ecuación de equilibrio asociada al título $r = 2$. Determinados los tipos de interés $I(0,1)$ y ${}_sI(1,2)$, con $s = 0,1$, y a partir de la ecuación de equilibrio correspondiente ahora al título $r = 3$ se obtienen ${}_sI(2,3)$, donde $s = 0,1,2$, y así sucesivamente.

Como puede apreciarse, la obtención de los diferentes escenarios del tipo de interés *forward* en cada fecha de liquidación, ${}_sI(r-1,r)$ con $r = 2,3,\dots,n$ y $s = 0,1,\dots,r-1$, se realiza a partir de los tipos de interés *forward* calculados hasta $r-1$ y de la ecuación de equilibrio asociada al título r.

A continuación, se deduce la ecuación de equilibrio para un título cualquiera r, con $r = 2,3,\dots,n$. Dicha ecuación de equilibrio resulta de igualar la cotización hoy del título con el valor hoy de los flujos futuros que genera dicho título. El valor se obtiene a partir de la distribución binomial de los tipos de interés *forward* y teniendo en cuenta que, en cada nudo del árbol binomial, los sucesos de ascenso y descenso son equiprobables.

La ecuación de equilibrio es:

$$ \begin{aligned} 100 = {} & 0,5^{r-1} \cdot \left(100 + C^{(r)}\right) \cdot A(0) \cdot \sum_{s=0}^{1} {}_sA(1) \cdot \Bigg[\sum_{i_1=s}^{s+1} {}_{i_1}A(2) \cdot \\ & \cdot \Bigg[\sum_{i_2=i_1}^{i_1+1} {}_{i_2}A(3) \cdot \Bigg[\cdots \sum_{i_{r-3}=i_{r-4}}^{i_{r-4}+1} {}_{i_{r-3}}A(r-2) \Bigg[\sum_{i_{r-2}=i_{r-3}}^{i_{r-3}+1} {}_{i_{r-2}}A(r-1) \Bigg]\Bigg]\Bigg]\Bigg] + \\ & + 0,5^{r-2} \cdot C^{(r)} \cdot A(0) \cdot \sum_{s=0}^{1} {}_sA(1) \cdot \Bigg[\sum_{i_1=s}^{s+1} {}_{i_1}A(2) \cdot \Bigg[\sum_{i_2=i_1}^{i_1+1} {}_{i_2}A(3) \cdot \\ & \cdot \Bigg[\cdots \sum_{i_{r-4}=i_{r-5}}^{i_{r-5}+1} {}_{i_{r-4}}A(r-3) \cdot \Bigg[\sum_{i_{r-3}=i_{r-4}}^{i_{r-4}+1} {}_{i_{r-3}}A(r-2) \Bigg]\Bigg]\Bigg]\Bigg] + \\ & + \cdots + 0,5 \cdot C^{(r)} \cdot A(0) \cdot \sum_{s=0}^{1} {}_sA(1) + C^{(r)} \cdot A(0), \end{aligned} \tag{10} $$

donde:

$$ {}_sA(j) = \left(1 + {}_sI(j,j+1)\right)^{-1} = \left(1 + {}_0I(j,j+1) \cdot e^{2\cdot s\cdot\sigma}\right)^{-1}, \tag{11} $$

con $s = 0,1,\dots,r-1$, $j = 1,3,\dots,n-1$ y ${}_0A(0) = A(0) = \left(1 + I(0,1)\right)^{-1}$.

Como se ha comentado, si del mercado financiero no puede obtenerse, directamente, la información de los valores de deuda pública necesaria para la construcción del árbol binomial, entonces, de forma alternativa, se utiliza, como fuente de información, la estructura temporal de tipos de interés al contado. Estos tipos de interés permiten deducir las características de la estructura amortizativa de r títulos teóricos libres de riesgo, que cotizan y se amortizan a la par, a los que les faltan r años hasta el vencimiento, con

$r = 1,2,3,\ldots,n$. En concreto, el cupón anual del título r, $C^{(r)}$, se obtiene a partir de la siguiente ecuación de equilibrio:

$$100 = C^{(r)} \cdot \sum_{i=1}^{r} d(i) + 100 \cdot d(r), \tag{12}$$

donde $d(i) = \left[1 + I(0,i)\right]^{-i}$ es el factor de descuento para un plazo de i años, con $i = 1,2,\ldots,r$.

A partir de las características del conjunto de estos títulos teóricos y aplicando el procedimiento descrito en este mismo aparatado, se obtiene el árbol binominal de tipos de interés *forward*.

4. Exposición esperada del *swap*

La exposición esperada del *swap* en r, con $r = 1,2,\ldots,n$, es el importe en dicho momento de la pérdida, que en caso de *default* de uno de los dos operadores del *swap*, sufre la contraparte (Morales 2014). Esta pérdida esperada es la media de los valores que toma el *swap*, un instante antes de hacerse efectivo el importe de liquidación, en función de los diferentes escenarios del tipo de interés *forward*, proporcionados por el árbol binomial. Estos valores del *swap* pueden ser tanto positivos como negativos. Tomando la media de los valores positivos se obtiene la exposición esperada positiva para la entidad que valora el *swap* y que es pagadora a tipo fijo. Para esta misma entidad, la exposición esperada negativa es la media de los valores negativos y tiene en cuenta su propio riesgo de crédito de contrapartida.

Así, la exposición positiva esperada en r, EPE_r, de un *swap* de nominal C, con liquidación anual de las cuotas de interés, al que hoy le faltan n años hasta el vencimiento, es:

$$EPE_r = \begin{cases} \sum\limits_{s=0}^{r} {}_sV_r^+ + \sum\limits_{s=0}^{r-1} {}_sL_r^+ & \text{si } r = 1,2,\ldots,n-1 \\ \sum\limits_{s=0}^{n-1} {}_sL_n^+ & \text{si } r = n \end{cases}. \tag{13}$$

En la anterior expresión, $\sum\limits_{s=0}^{r-1} {}_sL_r^+$ es la media de los diferentes valores positivos que puede tomar el importe de liquidación del *swap*, ${}_sL_r \cdot J({}_sL_r > 0)$, ponderados por la probabilidad de ocurrencia del suceso s de cada tipo de interés *forward*. Así, ${}_sL_r^+$ es:

$${}_sL_r^+ = {}_sL_r \cdot J({}_sL_r > 0) \cdot \frac{\binom{r-1}{s}}{2^{r-1}}, \text{ con } r = 1,2,\ldots,n, \tag{14}$$

donde ${}_sL_r$ son los escenarios del importe de liquidación del *swap* al final del período r, es decir, la diferencia entre la cuota de interés variable, ${}_sY_r$, y la cuota de interés fija, Y, del *swap*:

$${}_sL_r = {}_sY_r - Y, \text{ con } {}_sY_r = C \cdot {}_sI(r-1,r),\ r = 1,2,\ldots,n \text{ y } s = 0,1,\ldots,r-1. \tag{15}$$

Por otro lado, $J({}_sL_r > 0)$ es la función indicador, que toma el valor 1 cuando el importe de liquidación es positivo, ${}_sL_r > 0$, y 0 en caso contrario.

Además, $\sum\limits_{s=0}^{r} {}_sV_r^+$ es la media de los diferentes valores positivos que puede tomar el valor del *swap*, ponderados por la probabilidad de ocurrencia del suceso s de cada tipo de interés *forward*, donde ${}_sV_r^+$ es:

$${}_sV_r^+ = \begin{cases} {}_sV_r \cdot J({}_sV_r > 0) \cdot \frac{\binom{r}{s}}{2^r} & \text{si } r = 1,2,\ldots,n-2 \\ {}_sL_n^+ \cdot \left[1 + {}_sI(n-1,n)\right]^{-1} & \text{si } r = n-1 \end{cases}, \tag{16}$$

En este caso, la función indicador es $J({}_sV_r > 0) = \begin{cases} 1 \text{ si } {}_sV_r > 0 \\ 0 \text{ si } {}_sV_r < 0 \end{cases}$, donde ${}_sV_r$ es el valor del *swap* en r, con $r = 1,2,\ldots,n-2$ y $s = 0,1,\ldots,r$, que se deduce de:

$${}_sV_r = \left[0{,}5 \cdot \left({}_{s+1}V_{r+1} + {}_sV_{r+1}\right) + {}_sL_{r+1}\right] \cdot \left[1 + {}_sI(r,r+1)\right]^{-1}. \tag{17}$$

Mediante esta metodología se obtiene, en primer lugar, la exposición esperada positiva en el vencimiento del *swap*, para $r = n$, y mediante un proceso iterativo se obtienen las exposiciones esperadas para el resto de periodos, hasta $r = 1$.

A continuación se describe la obtención de EPE_r, para $r = n$, $r = n-1$ y $r = n-2$ por presentar características distintas en su proceso de cálculo. El procedimiento para obtener EPE_r, a partir de $r = n-3$ y hasta $r = 1$, es el mismo que para $r = n-2$.

Al final del último periodo de liquidación del *swap*, en $r = n$, el importe que el pagador a tipo fijo espera perder, EPE_n, es la media de los diferentes valores positivos que puede tomar el importe de liquidación del *swap* en dicho período, ${}_sL_n \cdot J({}_sL_n > 0)$, ponderados por la probabilidad de ocurrencia del suceso s en $r = n$:

$$EPE_n = \sum_{s=0}^{n-1} {}_sL_n^+, \text{ con } {}_sL_n^+ = {}_sL_n \cdot J({}_sL_n > 0) \cdot \frac{\binom{n-1}{s}}{2^{n-1}} \text{ y } s = 0,1,\ldots,n-1. \tag{18}$$

Al final del penúltimo periodo de liquidación del *swap*, en $r = n-1$, el importe que el pagador a tipo fijo espera perder, EPE_{n-1}, es igual a la suma de la media de los diferentes valores positivos que puede tomar el valor del *swap* en $n-1$, ${}_sV_{n-1} \cdot J({}_sV_{n-1} > 0)$, y de la media de los diferentes valores positivos que puede tomar el importe de liquidación del *swap* en dicho periodo, ${}_sL_{n-1} \cdot J({}_sL_{n-1} > 0)$:

$$EPE_{n-1} = \sum_{s=0}^{n-1} {}_sV_{n-1}^+ + \sum_{s=0}^{n-2} {}_sL_{n-1}^+, \tag{19}$$

siendo ${}_sV_{n-1}^+$, con $s = 0,1,\ldots,n$, los valores en $n-1$ de los importes de liquidación positivos del período $r = n$, ${}_sL_n \cdot J({}_sL_n > 0)$, según el escenario s del tipo de interés *forward* del período n, ${}_sI(n-1,n)$, ponderado por su respectiva probabilidad de ocurrencia:

$$
\begin{aligned}
{}_sV_{n-1}^{+} &= {}_sL_n^{+}\cdot\left[1+{}_sI(n-1,n)\right]^{-1} = \\
&= {}_sL_n\cdot J\left({}_sL_n>0\right)\cdot\frac{\binom{n-1}{s}}{2^{n-1}}\cdot\left[1+{}_sI(n-1,n)\right]^{-1} = \\
&= {}_sV_{n-1}\cdot J\left({}_sV_{n-1}>0\right)\cdot\frac{\binom{n-1}{s}}{2^{n-1}},
\end{aligned}
\tag{20}
$$

y ${}_sL_{n-1}^{+}$, el escenario s, con $s=0,1,\ldots,n-2$, del importe de liquidación positivo del *swap* en $n-1$, ${}_sL_{n-1}\cdot J\left({}_sL_{n-1}>0\right)$, ponderado por su respectiva probabilidad de ocurrencia y que se obtiene a partir de la expresión (15) de ${}_sL_r$, haciendo $r=n-1$.

A partir de los diferentes escenarios del valor del *swap* en $r=n-1$, ${}_sV_{n-1}$, y de los diferentes escenarios del importe de liquidación en dicho período, ${}_sL_{n-1}$, se deduce ${}_sV_{n-2}^{+}$ que, junto a ${}_sL_{n-2}$ determina la exposición positiva esperada en $r=n-2$, EPE_{n-2}:

$$
EPE_{n-2}=\sum_{s=0}^{n-2}{}_sV_{n-2}^{+}+\sum_{s=0}^{n-3}{}_sL_{n-2}^{+}\ ,
\tag{21}
$$

donde ${}_sV_{n-2}^{+}={}_sV_{n-2}\cdot J\left({}_sV_{n-2}>0\right)\cdot\dfrac{\binom{n-2}{s}}{2^{n-2}}$.

La diferencia en el cálculo de EPE_{n-1} y EPE_{n-2} radica en la definición de ${}_sV_{n-1}$ y ${}_sV_{n-2}$, ya que mientras que el valor del *swap* en $r=n-1$ para el escenario s, se obtiene de ${}_sL_n^{+}\cdot\left[1+{}_sI(n-1,n)\right]^{-1}$, de acuerdo con (16), el valor del *swap* en $r=n-2$ para el escenario s, ${}_sV_{n-2}$, resulta de la actualización, con el tipo *forward* ${}_sI(n-2,n-1)$, de la suma de la media aritmética de los dos valores del *swap* en $r=n-1$, y del importe de liquidación asociado al mismo nudo del árbol binominal:

$$
{}_sV_{n-2}=\left[0{,}5\cdot\left({}_{s+1}V_{n-1}+{}_sV_{n-1}\right)+{}_sL_{n-1}\right]\cdot\left[1+{}_sI(n-2,n-1)\right]^{-1}.
\tag{22}
$$

Por un procedimiento análogo al aplicado en la determinación de EPE_r, se obtiene la exposición negativa esperada, ENE_r, teniendo en cuenta que:

$$
ENE_r=\begin{cases}\displaystyle\sum_{s=0}^{r}{}_sV_r^{-}+\sum_{s=0}^{r-1}{}_sL_r^{-} & \text{si } r=1,2,\ldots,n-1\\ \displaystyle\sum_{s=0}^{n-1}{}_sL_n^{-} & \text{si } r=n\end{cases}\ .
\tag{23}
$$

En este caso, $\sum_{s=0}^{r-1}{}_sL_r^{-}$ es la media de los diferentes valores negativos que puede tomar el importe de liquidación del *swap*, ${}_sL_r\cdot J\left({}_sL_r<0\right)$, ponderados por la probabilidad de ocurrencia del suceso s de cada tipo de interés *forward*. Así, ${}_sL_r^{-}$ es:

$$
{}_sL_r^{-}={}_sL_r\cdot J\left({}_sL_r<0\right)\cdot\frac{\binom{r-1}{s}}{2^{r-1}}\text{, con } r=1,2,\ldots,n\ .
\tag{24}
$$

Ahora, $J\left({}_sL_r<0\right)$ es la función indicador, que toma el valor 1 cuando el importe de liquidación es negativo, ${}_sL_r<0$, y 0 en caso contrario.

Por otra parte, $\sum_{s=0}^{r}{}_sV_r^{-}$ es la media de los diferentes valores negativos que toma el valor del *swap*, ponderados por la probabilidad de ocurrencia del suceso s de cada tipo de interés *forward*, donde ${}_sV_r^{-}$ es:

$$
{}_sV_r^{-}=\begin{cases}{}_sV_r\cdot J\left({}_sV_r<0\right)\cdot\dfrac{\binom{r}{s}}{2^{r}} & \text{si}\quad r=1,2,\ldots,n-2\\ {}_sL_n^{-}\cdot\left[1+{}_sI(n-1,n)\right]^{-1} & \text{si}\quad r=n-1\end{cases}\ .
\tag{25}
$$

La función indicador es $J\left({}_sV_r<0\right)=\begin{cases}1 \text{ si } {}_sV_r<0\\ 0 \text{ si } {}_sV_r>0\end{cases}$,

donde ${}_sV_r$ es el valor del *swap* en r, con $r=1,2,\ldots,n-2$, y que se deduce del mismo modo que para la exposición esperada positiva.

5. Estructura temporal de probabilidades de *default*

Para la obtención del valor razonable del *swap* deben calcularse, también, las probabilidades de *default* en r, con $r=1,2,\ldots,n$, de la contraparte, p_r, y de la entidad que valora el *swap*, p_r' (Krivánková y Zlatosová 2017). Estas probabilidades se obtienen a partir de una versión discreta del modelo, en el campo continuo, de Hull-White (Hull y White 2000).

Para determinar la probabilidad de *default* de la contraparte es necesario disponer de información sobre un conjunto de n bonos corporativos emitidos por dicha entidad o, en su defecto, por empresas del sector al que pertenezca la entidad (Löffler y Posch 2010). El bono corporativo r, de nominal base 100, vence dentro de r años, con $r=1,2,\ldots,n$ y paga cupones anualmente. Se supone, además, que el *default* solo puede tener lugar en el momento en que el título paga los cupones. La probabilidad de *default* para cada momento r, se supone que es válida para todo el periodo r, desde $r-1$ hasta r y que, por tanto, la estructura temporal de probabilidades de *default* toma una forma escalonada a lo largo del plazo.

El *spread* crediticio es la diferencia, en el origen, entre el precio del bono corporativo r calculado a tipos de interés libres de riesgo, G_r, y el precio de dicho bono en el mercado de renta fija privada, B_r. Dicho *spread* se define como el valor actual de las pérdidas esperadas, en caso de *default*, del título corporativo. Como el *default* solo puede tener lugar en las fechas de pago de cupones del título, se cumple que (Autor/a 2005):

$$
G_r-B_r=\sum_{i=1}^{r}\beta_{ir}\cdot p_i\ ,
\tag{26}
$$

donde β_{ir} es la pérdida, valorada en el origen, del bono corporativo r cuando el suceso de crédito tiene lugar en i, con $i = 1,2,\ldots,r$, siendo p_i la probabilidad neutra al riesgo de dicho suceso de crédito. Dicha pérdida es:

$$\beta_{ir} = \sum_{j=i}^{r} F_j^{(r)} \cdot d(j) - C_{ir} \cdot R \cdot d(i), \qquad (27)$$

donde $F_j^{(r)}$ es el flujo generado por el bono corporativo r en $j = i,\ldots,r$. C_{ir} es la cuantía reclamada en i de dicho bono, en caso de *default* en ese momento. En este trabajo se supone que la cuantía reclamada es el precio de amortización del bono más su cupón y que la tasa de recuperación, R, es constante. Por último, $d(j)$, es el factor de descuento de una unidad monetaria de j, con $j = i,\ldots,r$.

De la ecuación (26) y siguiendo un proceso iterativo, partiendo de $r = 1$, se deduce que la probabilidad de que la contraparte del *swap* haga *default* en r, p_r, es:

$$p_r = \frac{G_r - B_r - \sum_{i=1}^{r-1} \beta_{ir} \cdot p_i}{\beta_{rr}}, \text{ con } r = 1,2,\ldots,n. \qquad (28)$$

De forma análoga, se obtiene la probabilidad de *default* de la entidad que valora el *swap*, p'_r, con $r = 1,2,\ldots,n$. En este caso se debe utilizar la información proporcionada por el mercado sobre un conjunto de n bonos emitidos por esta entidad o por empresas de su mismo sector.

6. Resultados

En este apartado se ilustra lo explicado en los apartados anteriores mediante la realización de un caso práctico en el que se calcula el valor razonable de un *swap* al que hoy le quedan 5 años hasta su vencimiento. La periodicidad de liquidación de las cuotas de interés es anual y la entidad que valora el *swap* es pagadora de la rama fija, siendo el tipo de interés nominal fijo del 3,25% anual. El cálculo del valor razonable se realiza sobre un nominal teórico del *swap* en base 100.

En primer lugar, se obtiene el valor libre de riesgo del *swap* hoy, en función de la estructura temporal de tipos de interés que proporciona el mercado en la fecha de valoración y los factores de descuento asociados.

Se supone que la estructura de tipos de interés al contado y los factores de descuento son los de la Tabla 1.

A partir del factor de descuento a 5 años, $d(5)$, se obtiene que el valor hoy de la rama variable del *swap*, según el método de valoración cupón cero y de acuerdo con la expresión (3), es:

$$V_0^v = 100 \cdot (1 - 0,871711) = 12,828920.$$

Por otro lado, a partir de los datos de la Tabla 1, y teniendo en cuenta que la cuota fija del *swap* es $Y = 100 \cdot 0,0325 = 3,25$, se obtiene que el valor hoy de la rama fija del *swap*, según la expresión (4), es:

$$V_0^f = 3,25 \cdot \sum_{r=1}^{5} d(r) = 15,174439.$$

El valor libre de riesgo del *swap* es, por tanto:

$$V_0 = 12,828920 - 15,174439 = -2,345519.$$

A continuación, para calcular el CVA y el DVA y obtener el valor razonable del *swap*, es necesario construir el árbol binomial de tipos de interés *forward*.

Con esta finalidad es necesario disponer de información sobre 5 valores de deuda pública, sin riesgo de insolvencia, que coticen y se amorticen a la par y que paguen cupones anuales. Cada título r, con $r = 1,2,\ldots,5$, vence dentro de r años. Se supone que el mercado no proporciona esta información para la fecha de valoración y, por ello, se deducen las características de 5 títulos teóricos que sustituyen a los reales. En concreto, se deduce el importe del cupón anual, en base 100, $C^{(r)}$, de cada uno de estos títulos. Para ello se aplica, para cada título y a partir de un proceso iterativo que empieza en $r = 1$, la ecuación de equilibrio (12), teniendo en cuenta la curva cupón cero de la Tabla 1.

El importe obtenido del cupón anual para el título r, con $r = 1,2,\ldots,5$, se detalla en la Tabla 2.

Una vez se dispone de la información completa sobre los títulos teóricos libres de riesgo de insolvencia, ya puede aplicarse el proceso iterativo para obtener los s escenarios de la estructura binominal de tipos de interés *forward* para cada año r, ${}_sI(r-1,r)$, con $r = 1,2,\ldots,5$ y $s = 0,1,\ldots,r-1$.

El proceso se inicia en $r = 1$, a partir de ${}_0I(0,1) = I(0,1) = 0,012570$. El siguiente paso consiste en obtener, ${}_sI(1,2)$, con $s = 0,1$ y donde ${}_1I(1,2) = {}_0I(1,2) \cdot e^{2\cdot\sigma}$. Si se considera que la volatilidad de los tipos de interés es $\sigma = 0,02$, se obtiene que:

${}_0I(1,2) = 0,021985$ y ${}_1I(1,2) = 0,022883$.

El tipo de interés *forward* ${}_0I(1,2)$ se deduce de la ecuación (10), para $r = 2$:

$$100 = 0,5 \cdot \left(100 + C^{(2)}\right) \cdot A(0) \cdot \sum_{s=0}^{1} {}_sA(1) + C^{(2)} \cdot A(0),$$

donde $A(0) = \left(1 + I(0,1)\right)^{-1}$ y

${}_sA(1) = \left(1 + {}_0I(1,2) \cdot e^{2\cdot s\cdot\sigma}\right)^{-1}$, siendo $s = 0,1$.

Se aplica el proceso iterativo para $r = 3,4,5$ y se obtiene el árbol binomial de tipos de interés *forward* que se muestra en la Figura 1.

Como hipótesis del modelo, se hace coincidir la periodificación del árbol binomial con la del *swap*, aunque para conseguir una valoración más precisa se podría aumentar el número de períodos del árbol binominal.

A continuación, para la obtención de la exposición esperada, positiva y negativa, en cada periodo, EPE_r y ENE_r, con $r = 1,2,\ldots,5$, y a partir de los tipos de interés *forward* calculados, se deducen los diferentes escenarios de los importes de liquidación del *swap*, ${}_sL_r = {}_sY_r - Y$, con ${}_sY_r = 100 \cdot {}_sI(r-1,r)$, $r = 1,2,\ldots,5$ y $s = 0,1,\ldots,4$. La Figura 2 recoge dichos escenarios.

Una vez calculados los importes de liquidación se aplica, para la obtención de la exposición esperada, el proceso iterativo explicado en el apartado 4, que tiene su inicio en el último período de liquidación del *swap*, en $r=5$.

En el caso de la exposición esperada positiva, el modelo empieza calculando la media de los distintos importes de liquidación positivos del quinto año, ponderada por la probabilidad de ocurrencia de cada escenario del importe de liquidación. Así, la exposición positiva esperada en $r=5$ es, de acuerdo con la expresión (13):

$$EPE_5=\sum_{s=0}^{4}{}_sL_5^+ ,$$

donde, según (14) y (15), respectivamente,

${}_sL_5^+={}_sL_5\cdot J\left({}_sL_5>0\right)\cdot\dfrac{\binom{4}{s}}{2^4}$, ${}_sL_5={}_sY_5-Y$ y ${}_sY_5=100\cdot{}_sI\left(4,5\right)$, con $s=0,1,\ldots,4$. Los resultados se muestran en la Tabla 3.

Sumando los diferentes escenarios de ${}_sL_5^+$, que son los que figuran en la última columna de la Tabla 3, se obtiene que la exposición positiva esperada en $r=5$ es ***0,674365***.

Este importe indica la pérdida esperada para el pagador a tipo fijo en $r=5$, si el pagador a tipo variable no cumpliera con sus obligaciones de pago en dicho momento.

A continuación, se calcula la exposición esperada positiva correspondiente al cuarto periodo, EPE_4. En este caso, se obtiene la media, a partir de las probabilidades de ocurrencia asociadas, de los valores actualizados, en $r=4$, de los importes de liquidación positivos del quinto periodo. Cada actualización se efectúa a partir del correspondiente tipo de interés *forward* del cuarto año. A la anterior media, se le suma la media ponderada de los distintos importes de liquidación positivos del cuarto año. Es decir, según (13):

$$EPE_4=\sum_{s=0}^{4}{}_sV_4^+ +\sum_{s=0}^{3}{}_sL_4^+ ,$$

siendo, según (16) y (14), respectivamente,

${}_sV_4^+={}_sL_5^+\cdot\left[1+{}_sI\left(4,5\right)\right]^{-1}$, con $s=0,1,\ldots,4$ y

${}_sL_4^+={}_sL_4\cdot J\left({}_sL_4>0\right)\cdot\dfrac{\binom{3}{s}}{2^3}$ con $s=0,1,2,3$.

Para obtener $\sum_{s=0}^{4}{}_sV_4^+$ se suman los diferentes escenarios de ${}_sV_4^+$, que se han calculado, a su vez, a partir de los tipos de interés *forward* ${}_sI\left(4,5\right)$, con $s=0,1,\ldots,4$, y los importes de liquidación positivos y ponderados del quinto año, ${}_sL_5^+$, donde $s=0,1,\ldots,4$. Esta información se recoge en la Tabla 4.

Para obtener $\sum_{s=0}^{3}{}_sL_4^+$ se suman los diferentes escenarios positivos de ${}_sL_4^+$, que se deducen a partir de los respectivos importes de liquidación del cuarto año, ${}_sL_4$, y de las probabilidades de ocurrencia asociadas, como se detalla, también, en la Tabla 4.

La exposición esperada positiva en $r=4$ es ***0,932821*** y se obtiene de la suma de $\sum_{s=0}^{4}{}_sV_4^+=0,648673$ y $\sum_{s=0}^{3}{}_sL_4^+=0,284148$.

Para calcular la exposición positiva esperada del tercer periodo, EPE_3, se deducen primero, a partir de los tipos de interés *forward* del tercer año, los distintos escenarios del valor financiero del *swap* en 3, ${}_sV_3$, que según la expresión (17), es:

${}_sV_3=\left[0,5\cdot\left({}_{s+1}V_4+{}_sV_4\right)+{}_sL_4\right]\cdot\left[1+{}_sI\left(3,4\right)\right]^{-1}$, con $s=0,1,2,3$.

De la misma manera que se ha hecho en el periodo $r=4$, se calcula la media ponderada de los anteriores valores que sean positivos, a la que se le suma la media de los importes de liquidación positivos del tercer año, ponderados por sus respectivas probabilidades de ocurrencia. En este caso, según (13):

$$EPE_3=\sum_{s=0}^{3}{}_sV_3^+ +\sum_{s=0}^{2}{}_sL_3^+ ,$$

donde, según (16) y (14), respectivamente,

${}_sV_3^+={}_sV_3\cdot J\left({}_sV_3>0\right)\cdot\dfrac{\binom{3}{s}}{2^3}$, con $s=0,1,2,3$ y

${}_sL_3^+={}_sL_3\cdot J\left({}_sL_3>0\right)\cdot\dfrac{\binom{2}{s}}{2^2}$, con $s=0,1,2$.

Los datos y resultados necesarios para la obtención de EPE_3 se presentan en la Tabla 5.

Este mismo proceso que se ha aplicado para $r=3$ se repite para $r=2$ y $r=1$.

Por otra parte, para la obtención de la exposición negativa esperada, ENE_r, con $r=1,2,\ldots,5$, el procedimiento es el mismo que el seguido para el cálculo de la exposición positiva esperada, pero considerando solo los importes de liquidación y los valores financieros del *swap* que sean negativos.

Los valores finales de la exposición esperada, tanto positiva como negativa y para cada periodo de liquidación del *swap*, se muestran en la Tabla 6.

Otra de las magnitudes necesarias para calcular el CVA y el DVA es la probabilidad de *default* de los dos operadores que intervienen en el *swap*. Para determinar la probabilidad de *default* del pagador a tipo variable, p_r, se aplica la expresión (28), con $r=1,\ldots,5$.

Para ello se dispone, en la fecha de valoración, de los precios de 5 bonos emitidos por dicha entidad, B_r, que vencen en $r=1,\ldots,5$ años, que pagan cupones anualmente y que se amortizan a la par. A partir de los flujos generados por estos bonos y de los tipos de interés libres de riesgo se obtienen los precios sin riesgo de dichos bonos, G_r. Esta información se resume en la Tabla 7.

A continuación, a partir de la ecuación (27), se calculan, en la fecha de valoración, las pérdidas en caso de *default* de cada bono corporativo y para cada una de las fechas de pago de cupón. Como hipótesis de trabajo se supone que la cuantía reclamada en caso de *default*, para cada título y fecha de pago de cupón, C_{ir}, es igual al nominal más el importe del cupón correspondiente y que la tasa de recuperación, R, es del 40% para todos los bonos y todos los periodos. Los valores de las pérdidas, β_{ir}, se muestran en la Tabla 8.

Para obtener la estructura temporal de probabilidades de *default* de la contraparte del *swap*, p_r, se aplica el proceso iterativo detallado en el apartado 5 y los resultados son los que figuran en la Tabla 9.

Un procedimiento idéntico se aplica para obtener las probabilidades de *default* del pagador a tipo fijo, que es la entidad que valora el *swap*. En este caso, la información sobre los bonos emitidos por dicha entidad, junto con su valoración a tipos de interés sin riesgo, es la que se muestra en la Tabla 10.

La Tabla 11 recoge los valores actuales de las pérdidas en caso de *default*, de la entidad que valora el *swap*.

De todo lo anterior se deduce que la estructura temporal de probabilidades de *default* del pagador a tipo fijo del *swap*, p'_r, es la que aparece en la Tabla 12.

Finalmente, el ajuste por riesgo de crédito de la contraparte, CVA, es, según (6):

$$CVA = (1-0,4)\cdot \sum_{r=1}^{5} EPE_r \cdot p_r \cdot d(r) = 0,093495\,.$$

Por otro lado, el ajuste por el propio riesgo de crédito de la entidad que valora el *swap*, DVA, es, según la expresión (7):

$$DVA = (1-0,4)\cdot \sum_{r=1}^{5} ENE_r \cdot p'_r \cdot d(r) = 0,013380\,.$$

Una vez calculado el valor libre de riesgo, V_0, y los ajustes por riesgo de crédito de la contraparte, CVA, y de la entidad que valora el *swap*, DVA, se obtiene que el valor razonable del *swap* en la fecha de valoración, según (5), es:

$$V_0^* = -2,345519 - 0,093495 + 0,013380 = -2,425634\,.$$

El ajuste en el valor del *swap* ha supuesto una provisión por riesgo de crédito de contrapartida del 3,42% del valor sin riesgo de dicho *swap*.

7. Síntesis y conclusiones

De la NIIF 13, vigente en España desde el 1 de enero de 2013, se desprende la necesidad, desde un punto de vista contable, del cálculo del valor razonable de los derivados financieros. En el caso de los derivados que no coticen en un mercado organizado, la obtención de dicho valor no es fácil debido a la complejidad en la cuantificación del riesgo de crédito al que se hallan sometidos. De los distintos derivados *OTC* existentes, este trabajo se centra en la obtención del valor razonable de un *swap* genérico de tipos de interés, que se caracteriza por el carácter bilateral del riesgo de crédito.

El operador del *swap* que calcula su valor razonable, lo obtiene restando al valor libre de riesgo de dicho *swap*, el valor actual de las pérdidas esperadas en el caso de que la contraparte haga *default* en un momento de liquidación futuro, CVA, y sumándole el valor actual de las pérdidas esperadas por su propio *default*, DVA.

Para la cuantificación del CVA y del DVA se han propuesto, en los últimos años, distintos métodos que utilizan, una gran mayoría de ellos, la simulación de Montecarlo. Esta simulación permite generar diferentes escenarios de los tipos de interés al contado y, por tanto, permite obtener diferentes valores del *swap* en cada momento de liquidación, a partir de los cuales se calculan las exposiciones esperadas, tanto positiva como negativa, del *swap*.

Este trabajo, siguiendo a Smith (Smith 2016), desarrolla y aplica un método más sencillo a nivel de cálculo que el modelo basado en la simulación de Montecarlo, para la cuantificación de las exposiciones esperadas. Dicho método se basa en un modelo binomial de tipos de interés *forward* que permite obtener los diferentes escenarios del valor del *swap*. La principal aportación de este trabajo es la formalización teórica de esta metodología basada en la estructura binomial de los tipos de interés *forward*.

La aplicación empírica presentada muestra el cálculo del valor razonable de un *swap* que vence a los 5 años de la fecha de valoración y con periodos de liquidación anuales, siendo el tipo de interés fijo del 3,25% anual. Para ello, se ha supuesto que se dispone de los tipos de interés al contado, para plazos desde 1 hasta 5 años, así como de información sobre bonos corporativos de los dos operadores del *swap*.

A partir de los tipos de interés al contado se ha deducido el valor sin riesgo del *swap*, que es, en base 100, -2,345519. El signo negativo indica que el *swap* es un pasivo para el pagador a tipo fijo, mientras que es un activo para el pagador a tipo variable.

A partir, también, de los tipos de interés al contado se ha deducido la estructura binomial de tipos de interés *forward*, que ha permitido obtener, en cada momento de liquidación de las cuotas de interés, los distintos escenarios del importe de liquidación y del valor del *swap*. Estos valores se han utilizado para calcular la exposición esperada del *swap*, positiva y negativa, en cada período de liquidación.

De la información sobre los bonos corporativos se ha deducido la estructura temporal de las probabilidades de *default* de cada una de las dos partes contratantes del *swap*.

Una vez calculada la exposición esperada en cada período de liquidación del *swap* y la probabilidad de *default* de cada operador, se han deducido, aplicando el factor de descuento correspondiente y una tasa de recuperación del 40%, los ajustes por CVA (0,093495) y por DVA (0,013380) que deben realizarse al valor sin riesgo del *swap* para obtener su valor razonable, que es -2,425634. El ajuste por riesgo de crédito ha supuesto una variación, en términos absolutos, de -0,08012 respecto al valor libre de riesgo o del 3,42%, en términos relativos.

Este trabajo muestra la operativa del método binomial como alternativa al método basado en la simulación de Montecarlo, siendo un posible objeto de estudio la comparación empírica de ambos métodos.

Bibliografía

Aragall, E., 2013. *CVA*, *DVA* y FVA: Impacto del Riesgo de Contrapartida en la Valoración de los Derivados OTC, Observatorio de Divulgación Financiera, 1-17.

Badía, C., Galisteo, M., Preixens, T., 2005. Valoración de Credit *Default Swap*s: una Aplicación del Modelo de Hull-White al Mercado Español, Documents de Treball E05/130. Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials, Barcelona.

Badía, C., Galisteo, M., Preixens, T., 2007. Un Modelo de Riesgo de Crédito basado en Opciones Compuestas con Barrera. Aplicación al Mercado Continuo Español, Revista de Economía Financiera. 11, 64-87.

Badía, C., Galisteo, M., Preixens, T., 2011. Derivados sobre Tipos de Interés. *Swap*s, FRAs y Futuros. Los autores, Barcelona.

Badía, C., Galisteo, M., Preixens, T., 2014. Probabilidades de *Default* de las Empresas Españolas en Época de Crisis, Cuadernos de Economía. Spanish Journal of Economics and Finance. 37 (105), 150-158.

Basel Committee on Banking Supervision, 2011. Basel III: A Global Regulatory Framework for more Resilient Banks and Banking Systems, Bank of Inernational Settlements, Basel.

Basel Committee on Banking Supervision, 2015. Review of the Credit Valuation Adjustment Risk Framework, Bank of Inernational Settlements, Basel.

Black, F., Derman, E., Toy, W., 1990. A One-Factor Model Interest Rates and its Application to Treasury Bond Options, Financial Analysts Journal. 46 (1), 33- 39.

BOE, 2007. Plan General de Contabilidad. Real Decreto 1514/2007, de 16 de noviembre, por el que se aprueba el Plan General de Contabilidad.

Cherubini, U., 2013. Credit Valuation Adjustment and Wrong Way Risk, Quantitative Finance Letters. 1 (1), 9-15.

Ernest & Young Global (EYG), 2014. Applying IFRS. IFRS 13 Fair Value Measurement. Credit Valuation Adjustments for Derivative Contracts, EYG, AU2311, London.

Gil, F., Manzano, F., 2013. Requerimientos Prudenciales y Ajustes Valorativos por Riesgo de Contrapartida en Derivados OTC: Situación Actual y Perspectivas, Revista de Estabilidad Financiera. 24, 47-65.

Gregory, J., 2010. Counterparty Credit Risk. The New Challenge for Global Financial Markets. John Wiley & Sons, Chichester.

Hull, J., White, A., 2000. Valuing Credit Default Swaps: No Counterparty Default Risk, Journal of Derivatives. 8 (1), 29-40.

International Financial Reporting Standards (IFRS), 2013. Norma Internacional de Información Financiera 13: Medición del Valor Razonable. IFRS Foundation, London.

Kalotay, A.J., Williams, G.O., Fabozzi, F.J., 1993. A Model for Valuing Bonds and Embedded Options, Financial Analysts Journal. 49, (3), 73-77.

Korn, R., Korn, E., Kroisandt, G., 2010. Monte Carlo Methods and Models in Finance and Insurance. Chapman & Hall/CRC, London.

Krivánková, K., Zlatosová, S., 2017. Modelling Counterparty Credit Risk in Czech Interest Rate *Swap*s, Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis. 65 (3), 1015-1022.

Löffler, G., Posch, P.N., 2010. Credit Risk Modeling using Excel and VBA. Wiley, Pondicherry.
Morales, J., 2014. La NIIF 13 y el Ajuste por Riesgo de Crédito en la Valoración de Derivados (*CVA/DVA*), Asociación Española de Contabilidad y Administración y Empresas.
Slime, B., 2017. Modeling and Quantifying of the Global Wrong Way Risk, Journal of Financial Risk Management. 6, 231-246.
Smith, D.J., 2016. Understanding CVA, DVA, and FVA: Examples of Interest Rate Swap Valuation, Journal of Accounting and Finance. 16 (8), 11-31.

Tablas y Figuras

Tabla 1. ETTI y factores de descuento

r	$I(0,r)\%$	$d(r)$
1	1,257	0,987586
2	1,749	0,965917
3	2,159	0,937929
4	2,501	0,905915
5	2,784	0,871711

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2. Cupón anual

r	1	2	3	4	5
$C^{(r)}$	1,257000	1,744725	2,146711	2,477643	2,747646

Fuente: elaboración propia.

Figura 1. Árbol binomial de los tipos de interés *forward*, en cada momento de liquidación de las cuotas de interés del *swap*, expresados en tanto por uno.

$$I(0,1)=0,012570$$

$$_1I(1,2)=0,022883 \qquad _0I(1,2)=0,021985$$

$$_2I(2,3)=0,031046 \qquad _1I(2,3)=0,029829 \qquad _0I(2,3)=0,028659$$

$$_3I(3,4)=0,037504 \qquad _2I(3,4)=0,036034 \qquad _1I(3,4)=0,034621 \qquad _0I(3,4)=0,033263$$

$$_4I(4,5)=0,042478 \qquad _3I(4,5)=0,040813 \qquad _2I(4,5)=0,039212 \qquad _1I(4,5)=0,037675 \qquad _0I(4,5)=0,036197$$

Fuente: elaboración propia.

Figura 2. Escenarios de los importes de liquidación de las cuotas de interés para cada período de liquidación, en base 100.

$$L_1=-1,993000$$

$$_1L_2=-0,961726 \qquad _0L_2=-1,051451$$

$$_2L_3=-0,145412 \qquad _1L_3=-0,267145 \qquad _0L_3=-0,384105$$

$$_3L_4=0,500437 \qquad _2L_4=0,353380 \qquad _1L_4=0,212090 \qquad _0L_4=0,076339$$

$$_4L_5=0,997814 \qquad _3L_5=0,831255 \qquad _2L_5=0,671227 \qquad _1L_5=0,517473 \qquad _0L_5=0,369748$$

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3. Exposición esperada positiva en $r = 5$

s	${}_sI(4,5)$ %	${}_sL_5$	$\frac{\binom{4}{s}}{2^4}$	${}_sL_5^+$
4	4,2478	0,997814	0,0625	0,062363
3	4,0813	0,831255	0,2500	0,207814
2	3,9212	0,671227	0,3750	0,251711
1	3,7675	0,517473	0,2500	0,129368
0	3,6197	0,369748	0,0625	0,023109
EPE_5	0,674365			

Fuente: elaboración propia.

Tabla 4. Escenarios de ${}_sV_4^+$ y de ${}_sL_4^+$

s	${}_sI(4,5)$ %	${}_sL_5^+$	${}_sV_4^+$	${}_sI(3,4)$ %	${}_sL_4$	$\frac{\binom{3}{s}}{2^3}$	${}_sL_4^+$
4	4,2478	0,062363	0,059822				
3	4,0813	0,207814	0,199666	3,7504	0,500437	0,1250	0,062555
2	3,9212	0,251710	0,242212	3,6034	0,353380	0,3750	0,132518
1	3,7675	0,129368	0,124671	3,4621	0,212090	0,3750	0,079534
0	3,6197	0,023109	0,022302	3,3263	0,076339	0,1250	0,009541
		$\sum_{s=0}^{4} {}_sV_4^+$	0,648673			$\sum_{s=0}^{3} {}_sL_4^+$	0,284148
EPE_4	0,932821						

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5. Escenarios de ${}_sV_3^+$ y de ${}_sL_3^+$

s	${}_sI(3,4)$ %	${}_sV_3$	$\frac{\binom{3}{s}}{2^3}$	${}_sV_3^+$	${}_sI(2,3)$ %	${}_sL_3$	$\frac{\binom{2}{s}}{2^2}$	${}_sL_3^+$
3	3,7504	1,328520	0,1250	0,166065				
2	3,6034	1,038248	0,3750	0,389343	3,1046	-0,145412	0,2500	0
1	3,4621	0,758135	0,3750	0,284300	2,9829	-0,267145	0,5000	0
0	3,3263	0,487870	0,1250	0,060984	2,8659	-0,384105	0,2500	0
			$\sum_{s=0}^{3} {}_sV_3^+$	0,900692			$\sum_{s=0}^{2} {}_sL_3^+$	0
EPE_3	0,900692							

Fuente: elaboración propia.

Tabla 6. Exposición esperada del *swap*

r	EPE_r	ENE_r
1	0	2,375000
2	0,616124	1,006589
3	0,900692	0,265952
4	0,932821	0
5	0,674365	0

Fuente: elaboración propia.

Tabla 7. Cupón y precios de los bonos de la entidad pagadora a tipo variable

r	*Cupón anual %*	B_r %	G_r %
1	5	102,50	103,70
2	5,5	104,24	107,34
3	4,5	101,30	106,80
4	4	97,03	105,78
5	5	96,27	110,52

Fuente: elaboración propia.

Tabla 8. Valor actual de las pérdidas, en caso de *default*, de la entidad pagadora a tipo variable

r	1	2	3	4	5
1	62,217921	65,659810	65,523277	64,697339	69,037757
2		61,142531	61,984916	61,648437	65,009937
3			58,808167	58,949049	61,355826
4				56,529114	58,010768
5					54,917780

Fuente: elaboración propia.

Tabla 9. Probabilidades de *default* de la entidad pagadora a tipo variable

r	1	2	3	4	5
p_r	0,019287	0,029989	0,040426	0,057852	0,093457

Fuente: elaboración propia.

Tabla 10. Cupón y precios de los bonos de la entidad pagadora a tipo fijo

r	*Cupón anual %*	B_r %	G_r %
1	4	102,41	102,71
2	4,5	104,68	105,38
3	3,5	102,11	103,91
4	3,75	101,33	104,83
5	5,25	105,18	111,68

Fuente: elaboración propia.

Tabla 11. Valor actual de las pérdidas, en caso de *default*, de la entidad pagadora a tipo fijo

r	1	2	3	4	5
1	61,625369	64,101342	63,02688	63,846761	70,106263
2		60,562981	60,467437	61,042589	65,833713
3			58,245409	58,581881	61,940922
4				56,393227	58,364583
5					55,048537

Fuente: elaboración propia.

Tabla 12. Probabilidades de *default* de la entidad pagadora a tipo fijo

r	1	2	3	4	5
p'_r	0,004868	0,006406	0,018986	0,029896	0,051157

Fuente: elaboración propia.